NOVEMBER/DECEMBER 2024

BMA62/CMA62 — REAL ANALYSIS – II

SRI VANMUGA INSTITUTIONS ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL the questions.

1. When the subset of a metric space is said to be connected?

   யாப்பு வெளியின் உட்கணம் எப்பொழுது இணைந்தவை எனக் கூறப்படுகிறது?

2. Define complete metric space.

   முழு யாப்பு வெளி வரையறு.

3. When the function $f(x) = x^2 (-1 \le x \le 1)$ attains its maximum value?

   $f(x) = x^2 (-1 \le x \le 1)$ என்ற சார்பு எப்பொழுது மீப்பெரும் மதிப்பை அடையும்?

4. Give an example of a function which maps every real number onto itself.

   ஒவ்வொரு மெய்யெண்ணையும் தானே கோர்க்கும் சார்பின் ஒரு எடுத்துக்காட்டுத் தருக.

5. What is measure zero of the subset E of R'?

   R' ன் உட்கணம் E -இன் சுழி அளவை என்றால் என்ன?

(b) If $f \in \Re[a, b]$ and $a < c < b$, then show that $f \in \Re[a, c]$, $f \in \Re[c, b]$, and $\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$.

$f \in \Re[a, b]$ மற்றும் $a < c < b$ எனில், $f \in \Re[a, c]$, $f \in \Re[c, b]$ மற்றும் $\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$ எனக்காட்டுக.

14. (a) If f is continuous real-valued function on the closed bounded interval $[a, b]$. If the maximum value for f is attained at c where $a < c < b$, and if $f'(c)$ exists, then prove that $f'(c) = 0$.

f என்பது மூடிய வரம்புடைய இடைவெளி $[a, b]$-இன் மீது ஒரு தொடர் மெய் எண் சார்பு என்க. f-ன் மீப்பெரு மதிப்பு c-இல் கிடைக்குமாயின், $a < c < b$ என்றால் மேலும் $f'(c)$ கிடைக்குமாயின், $f'(c) = 0$ என நிரூபி.

Or

(b) If $f'(x) = 0$ for every x in the closed bounded interval $[a, b]$ then prove that f is constant on $[a, b]$.

$[a, b]$ என்ற மூடிய வரம்புடைய இடைவெளியில் உள்ள ஒவ்வொரு x-க்கும், $f'(x) = 0$ எனில், $[a, b]$-இல் f ஒரு மாறிலி என நிரூபி.

SWAMIJIGA ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

15. (a) Prove that $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$, when $g_n(x) = \frac{x}{1+nx}\{0 \le x \le \infty\}$ converges to 0.

$g_n(x) = \frac{x}{1+nx}\{0 \le x \le \infty\}$ என்றால், $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்பது 0-வில் ஒருங்குகிறது என நிரூபி.

Or

(b) If $f_n(x)$ exists for each $x \in [a, b]$, if f_n' is continuous on $[a, b]$, if $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ converges on $[a, b]$ to f and if $\{f_n'\}_{n=1}^{\infty}$ converges uniformly on $[a, b]$ to g, then prove that $g(x) = f'(x)$.

ஒவ்வொரு $x \in [a, b]$-யிலும், $f_n(x)$ கிடைக்கும் என்க, f' என்பது $[a, b]$-இல் தொடர் என்க, $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்பது $[a, b]$-இல் இருந்து f-ல் ஒருங்குகிறது எனில் மேலும் $\{f_n'\}_{n=1}^{\infty}$ என்பது $[a, b]$-இல் g-ல் சீராக ஒருங்குகிறது எனில், $g(x) = f'(x)$ என நிரூபி.